

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А. В. Наседкин, А. А. Наседкина

**Моделирование связанных задач:
математические постановки
и конечно-элементные технологии**

Учебное пособие

Ростов-на-Дону – Таганрог
Издательство Южного федерального университета
2019

УДК 519.6+539.3+004.4
ББК 22.251
Н31

*Печатается по решению кафедры математического моделирования
Института математики, механики и компьютерных наук
им. И. И. Воровича Южного федерального университета
(протокол № 5 от 28 марта 2019 г.)*

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор Г. В. Муратова;
доктор технических наук, профессор А. Н. Ткачев

- Н31 Наседкин, А. В.
Моделирование связанных задач: математические постановки и конечно-элементные технологии : учебное пособие / А. В. Наседкин, А. А. Наседкина ; Южный Федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2019. – 176 с.
ISBN 978-5-9275-3184-4

Пособие частично соответствует материалу курса лекций, реализуемого в рамках магистерских программ направления 01.02.04 «Прикладная математика и информатика» в Институте математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета. Данное пособие может быть также использовано студентами, аспирантами и специалистами, специализирующимися или работающими в различных областях прикладной математики и механики. В курсе лекций рассмотрены вопросы математического моделирования связанных физико-механических задач и применения методов конечных элементов для их решения. Особое внимание уделено связанным задачам электроупругости, термоупругости, пороупругости и задачам взаимодействия деформируемых тел с акустическими средами. Акцентируются математические особенности рассматриваемых задач в их классических и обобщенных постановках. Теоретическая часть пособия подкреплена лабораторными работами по решению модельных задач пьезоэлектричества, термоупругости и задач о взаимодействии твердотельных тел с акустическими средами с использованием программного комплекса ANSYS версии 11.0 и выше.

Пособие является переработанной версией в авторском переводе соответствующего англоязычного пособия: Nasedkin A. V., Nasedkina A. A. Finite element modeling of coupled problems: textbook / Rostov-on-Don: publishing house of Southern Federal University, 2015.

Публикуется в авторской редакции.

УДК 519.6+539.3+004.4
ББК 22.251

ISBN 978-5-9275-3184-4

© Южный федеральный университет, 2019
© Наседкин А. В., Наседкина А. А., 2019

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Некоторые модели связанных задач механики деформируемого твердого тела	9
1.1. Основные обозначения. Векторные и тензорные величины	9
1.1.1. Векторные и тензорные величины. Краткие сведения	9
1.1.2. Основные обозначения и величины в связанных задачах теории упругости	13
1.2. Общие положения	15
1.3. Моделирование задач электроупругости	19
1.3.1. Классические постановки задач электроупругости	21
1.3.2. Обобщенные постановки задач электроупругости	28
1.3.3. Полудискретные аппроксимации в задачах электроупругости	38
1.3.4. Обзор основных особенностей задач электроупругости	41
1.4. Моделирование задач термоупругости	45
1.4.1. Классические постановки задач термоупругости	45
1.4.2. Обобщенные постановки задач термоупругости	49
1.4.3. Полудискретные аппроксимации в задачах термоупругости	53
1.5. Задачи пороупругости. Поротермоупругая аналогия	54
1.6. Моделирование взаимодействия твердых деформируемых тел с акустическими средами	58
1.6.1. Классические постановки задач акустики	58
1.6.2. Полудискретные аппроксимации на основе обобщенных постановок и сопряжение уравнений акустики с уравнениями твердотельной структуры	62
Задачи к главе 1	65
Глава 2. Метод конечных элементов для решения связанных физикомеханических задач	71
2.1. Общая схема метода Бубнова—Галеркина. Динамические и статические задачи	71
2.2. МКЭ как вариант метода Бубнова—Галеркина. Основные идеи МКЭ	75
2.3. Базовые конечно-элементные аппроксимации	83
Задачи к главе 2	97
Глава 3. Примеры решения задач в ANSYS и лабораторные работы	101
3.1. Лабораторная работа №1. Статическое деформирование пьезокерамического преобразователя с многоэлектродным покрытием	101

3.1.1.	Описание модельной задачи и методов ее решения	102
3.1.2.	Индивидуальные задания	128
3.2.	Лабораторная работа №2. Плоская задача о нагреве и охлаждении термоупругого тела	131
3.2.1.	Краткие сведения о решении в ANSYS нестационарных задач термоупругости для изотропных тел	132
3.2.2.	Описание модельной задачи и методов ее решения	134
3.2.3.	Индивидуальные задания	145
3.3.	Лабораторная работа №3. Установившиеся колебания упругого излу- чателя в акустической среде	146
3.3.1.	Краткие сведения о технике решения в ANSYS задач о взаимодействии твердых тел с акустическими средами	146
3.3.2.	Описание модельной задачи и методов ее решения	150
3.3.3.	Индивидуальные задания	167

Список литературы	172
--------------------------	------------