

Метод аналитического расчета вероятности символьной и битовой ошибок сигнала с амплитудно-фазовой манипуляцией в нелинейном канале

А. П. Струков, workbox69@gmail.ru

АО «Российские космические системы», Москва, Российская Федерация

Аннотация. Рассмотрен известный метод аналитического расчета верхнего предела вероятности символьной и битовой ошибок сигнала с амплитудно-фазовой манипуляцией (АФМ) в канале с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ). Показано влияние нелинейных амплитудных и амплитудно-фазовых (АМ/АМ и АМ/РМ) искажений по модели Салеха, возникающих в усилителе мощности, на созвездие АФМ. Разработана компьютерная модель оценки вероятности символьной и битовой ошибок соответствующей системы. Предложен метод аналитического расчета вероятности символьной и битовой ошибок сигнала с АФМ с учетом амплитудных и амплитудно-фазовых искажений в канале с АБГШ. Проведено сравнение результатов аналитического расчета с результатами компьютерного моделирования. Использование предложенного метода требует значительно меньших трудозатрат, полученные результаты с высокой точностью совпадают с результатами компьютерного моделирования.

Ключевые слова: спутниковая связь, модуляция, АФМ, аналитический расчет, усилитель мощности, нелинейные искажения, вероятность битовой ошибки, АБГШ

A Method of Analytical Calculation of SER and BER for APSK Modulation in the Nonlinear Channel with AWGN

A. P. Strukov, workbox69@gmail.ru

Joint Stock Company "Russian Space Systems", Moscow, Russian Federation

Abstract. The paper studies a well-known method of analytical calculation of the upper probability limit of SER and BER for amplitude phase-shift keying (APSK) modulation in the nonlinear channel with additive white Gaussian noise (AWGN). The paper covers an influence of nonlinear amplitude and amplitude-phase (AM/AM and AM/PM) distortions using the Saleh model, appearing in the power amplifier, on the APSK constellation. Thus, a computer model of assessment of SER and BER of the system has been developed. The method of analytical calculation of SER and BER for APSK modulation considering amplitude and amplitude-phase distortions in the nonlinear channel with AWGN has been suggested. A comparison of the results of analytical calculation with the results of a computer simulation has been made. The obtained results of the calculations require significantly less working hours and accurately coincide with the results of computer simulation.

Keywords: satellite communication, modulation, APSK, analytical calculation, power amplifier, nonlinear distortions, BER, AWGN

Введение

Амплитудно-фазовая манипуляция (АФМ) — это спектрально эффективная схема модуляции высокого порядка с устойчивостью к нелинейным искажениям усилителя, разработанная для передачи информации в спутниковом канале радиосвязи и используемая в цифровом стандарте спутникового телевидения второго поколения (DVB-S2) [1].

Общий предел эффективности схемы модуляции АФМ в канале с белым гауссовским шумом (АБГШ) был представлен в [2]. Этот предел определяется как верхняя граница для вероятности символьной ошибки модуляции АФМ. В [3] были проанализированы вероятности ошибок для видов модуляций 16- и 32-АФМ и получены соответствующие аналитические выражения. Вывод выражений был основан на симметрии созвездия и учете только определенных векторов ошибок переходных вероятностей между символами в одном квадранте созвездия.

В статье описывается аналитический метод вычисления вероятности ошибки приема АФМ-сигнала в канале с АБГШ, основанный на использовании диаграммы Вороного, с учетом влияния нелинейных искажений усилителя мощности и использованием модели Салеха [4].

Вероятность ошибки приема АФМ-сигнала в канале с АБГШ

Вероятность символьной ошибки для схемы модуляции M -го порядка определяется следующим выражением [2]:

$$P(E) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P(E|s_i) \leq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1, j \neq i}^M P(s_i \rightarrow s_j), \quad (1)$$

где E обозначает ошибочное событие, $P(s_i \rightarrow s_j)$ — переходную вероятность, когда переданный символ s_i ошибочно определен как s_j . M определяет порядок созвездия. Переходная вероятность может быть вычислена с использованием функции

от Евклидова расстояния d_{ij} и односторонней спектральной плотности мощности шума N_0 как

$$P(s_i > s_j) = Q(d_{ij}/\sqrt{2N_0}).$$

Однако в выражение (1) включено вычисление всех событий с ошибочным определением и число событий в свою очередь увеличивается с увеличением порядка модуляции. Более того, в вычислении будет учитываться большое число пересечений для области принятия решений, что приведет к росту различия с реальной вероятностью символьной ошибки.

Метод, предложенный в [3], учитывает симметрию созвездия для упрощения выражения (1) и использует в расчете только определенные связи переходных вероятностей, чтобы избежать расхождений с реальной вероятностью ошибки при приеме сигнала. Построение диаграммы Вороного для созвездия определяет границы принятия решения и показывает, какие связи между соседними символами необходимо учитывать при расчете вероятности ошибки рис. 1 (на примере символа S_1).

Вероятность символьной ошибки записывается следующим образом [3]:

$$P(E) = \frac{1}{4} (P(E|s_1) + P(E|s_2) + P(E|s_3) + P(E|s_4)).$$

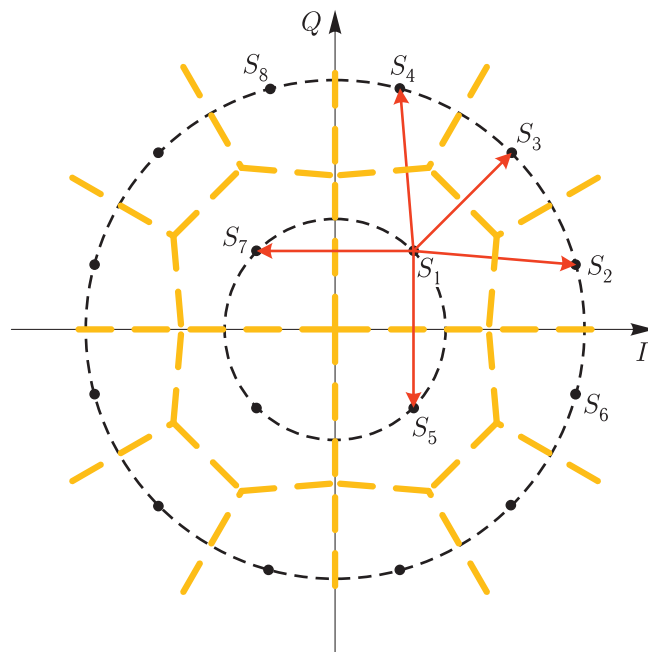


Рис. 1. Диаграмма Вороного для созвездия 16АФМ

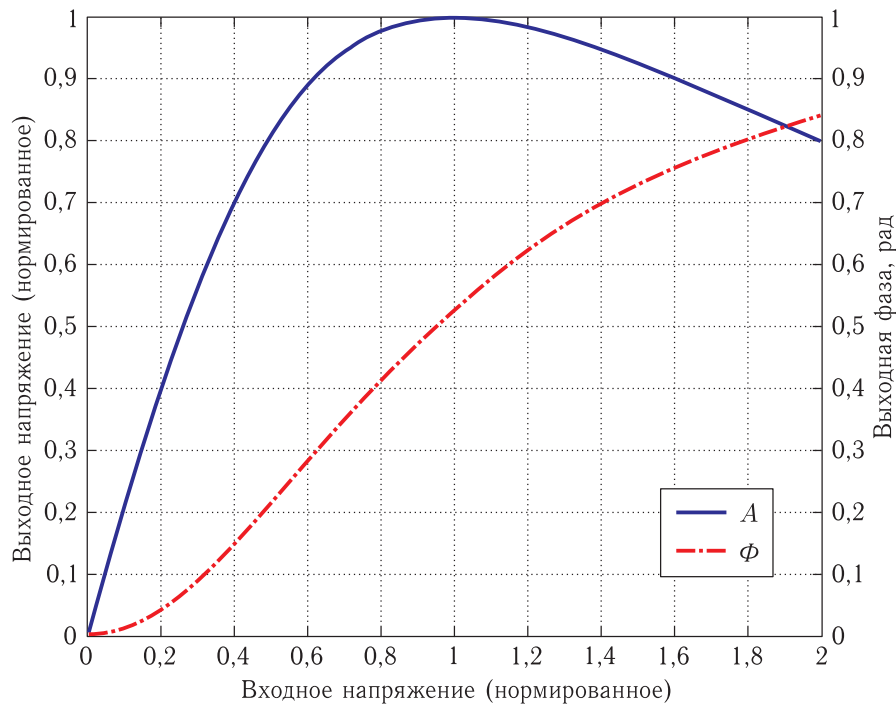


Рис. 2. Вид нелинейных искажений АМ/АМ и АМ/РМ на выходе усилителя мощности в зависимости от уровня входного сигнала

События ошибок описываются при помощи соответствующих сумм переходных вероятностей (см. рис. 1):

$$\begin{aligned} P(E|s_1) &= P(s_1 \rightarrow s_2) + P(s_1 \rightarrow s_3) + P(s_1 \rightarrow s_4) + \\ &\quad + P(s_1 \rightarrow s_5) + P(s_1 \rightarrow s_7); \\ P(E|s_2) &= P(s_2 \rightarrow s_1) + P(s_2 \rightarrow s_6) + P(s_2 \rightarrow s_3); \\ P(E|s_3) &= P(s_3 \rightarrow s_2) + P(s_3 \rightarrow s_1) + P(s_3 \rightarrow s_4); \\ P(E|s_4) &= P(s_4 \rightarrow s_1) + P(s_4 \rightarrow s_3) + P(s_4 \rightarrow s_8). \end{aligned}$$

Выражение для вероятности битовой ошибки может быть получено умножением каждой из переходных вероятностей на $\frac{h_{ij}}{\log_2 M}$, где h_{ij} — хэммингово расстояние между символами s_i и s_j .

Влияние нелинейных искажений

Для определения искажений АМ/АМ и АМ/РМ в усилителе мощности можно воспользоваться моделью Салеха [4]. Входной сигнал $x_i(t) = r_i \cos(2\pi f_c t + \varphi_i)$ проходит через усилитель, и выходной сигнал записывается как

$$s_i(t) = A(r_i) \cos(2\pi f_c t + \varphi_i + \Phi(r_i)),$$

где r_i и φ_i — модулированные амплитуда и фаза соответственно. $A(r_i)$ и $\Phi(r_i)$ представляют АМ/АМ- и АМ/РМ-искажения и описываются следующими зависимостями (см. рис. 2):

$$\begin{aligned} A(r_i) &= 2r_i / (1 + r_i^2), \\ \Phi(r_i) &= 2\pi r_i^2 / \{6(1 + r_i^2)\}. \end{aligned}$$

Режим работы усилителя мощности с рабочей точкой в точке насыщения соответствует нормированному входному напряжению, равному 1. На рис. 3 показаны точки созвездия 16АФМ в линейном режиме без искажений и при смещении символов созвездия под действием нелинейности, рабочая точка выбрана в 8 дБ от точки насыщения. Отношения радиусов точек созвездия АФМ после прохождения через модель нелинейности нормируются таким образом, чтобы средняя энергия символа устанавливалась равной единице:

$$\begin{aligned} \gamma n_1 &= Rn_2 / Rn_1, \\ En_s &= (1 + 3\gamma n_1^2) Rn_1^2 / 4 = \alpha_n Rn_1^2 = 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Смещение точек созвездия приводит к увеличению вероятности ошибки в приемнике. Если предположить, что приемнику точно известны координаты

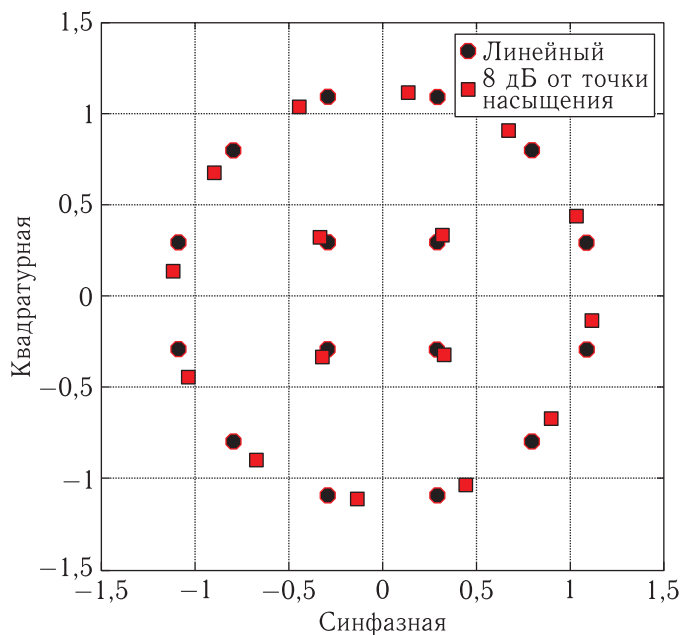


Рис. 3. Влияние искажений в усилителе мощности на созвездие 16АФМ

искаженных точек и их координаты заложены в алгоритм принятия решений, то для вычисления вероятности ошибки можно воспользоваться аналитическими выражениями из [3]. Однако если в алгоритме принятия решений не заложена информация об искажении созвездия, этот расчет приведет к ошибочным результатам.

В том случае, когда алгоритму принятия решений неизвестен характер искажений, принятие решений о каком-либо символе определяется попаданием его в одну из областей диаграммы Вороного для неискаженного созвездия.

Вероятность ошибки приема АФМ-сигнала в канале с АБГШ с учетом влияния нелинейных искажений усилителя мощности

В предлагаемом методе расчета для учета влияния искажений при вычислении вероятности ошибки необходимо «восстановить» неискаженную диаграмму Вороного для каждой точки созвездия рис. 4.

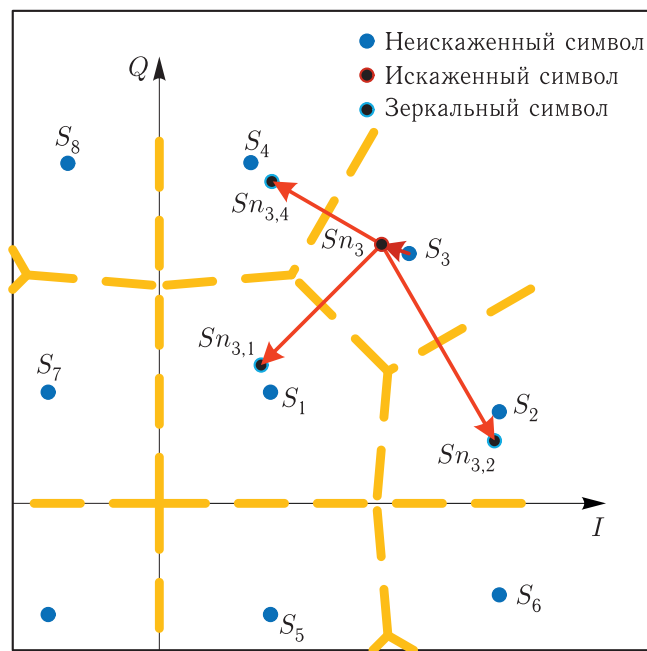


Рис. 4. Нахождение зеркальных точек

Точки на внутреннем радиусе при прохождении через усилитель мощности приобретают меньший фазовый и амплитудный сдвиг, чем точки на внешнем радиусе, но для каждой точки соответственно для внутреннего и внешнего радиусов этот сдвиг идентичен. Вследствие этого для расчета вероятности ошибки достаточно провести усреднение только по точкам из первого квадранта, с учетом их связей. От искаженной точки в ячейке неискаженной диаграммы Вороного опускаются перпендикуляры к границам ячейки и зеркально продолжают в прилегающие ячейки, чтобы получить зеркальные точки ($Sn_3 \rightarrow Sn_{3,1}$, $Sn_3 \rightarrow Sn_{3,2}$, $Sn_3 \rightarrow Sn_{3,4}$).

Вероятность символьной ошибки искаженного созвездия описывается следующим выражением:

$$P_n(E) = \frac{1}{4} (P_n(E|Sn_1) + P_n(E|Sn_2) + P_n(E|Sn_3) + P_n(E|Sn_4)),$$

где:

$$P_n(E|Sn_1) = P_n(Sn_1 \rightarrow Sn_{1,2}) + P_n(Sn_1 \rightarrow Sn_{1,3}) + P_n(Sn_1 \rightarrow Sn_{1,4}) + P_n(Sn_1 \rightarrow Sn_{1,5}) + P_n(Sn_1 \rightarrow Sn_{1,7});$$

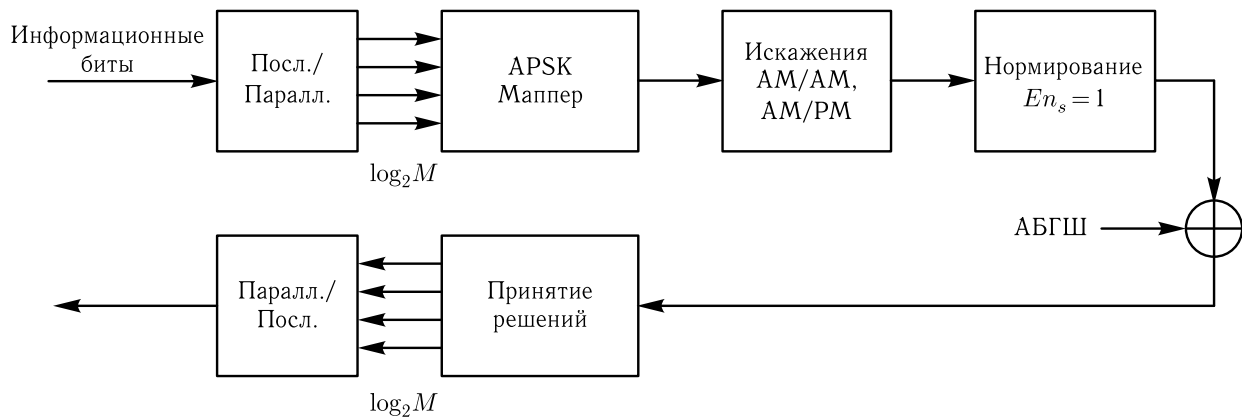


Рис. 5. Модель системы

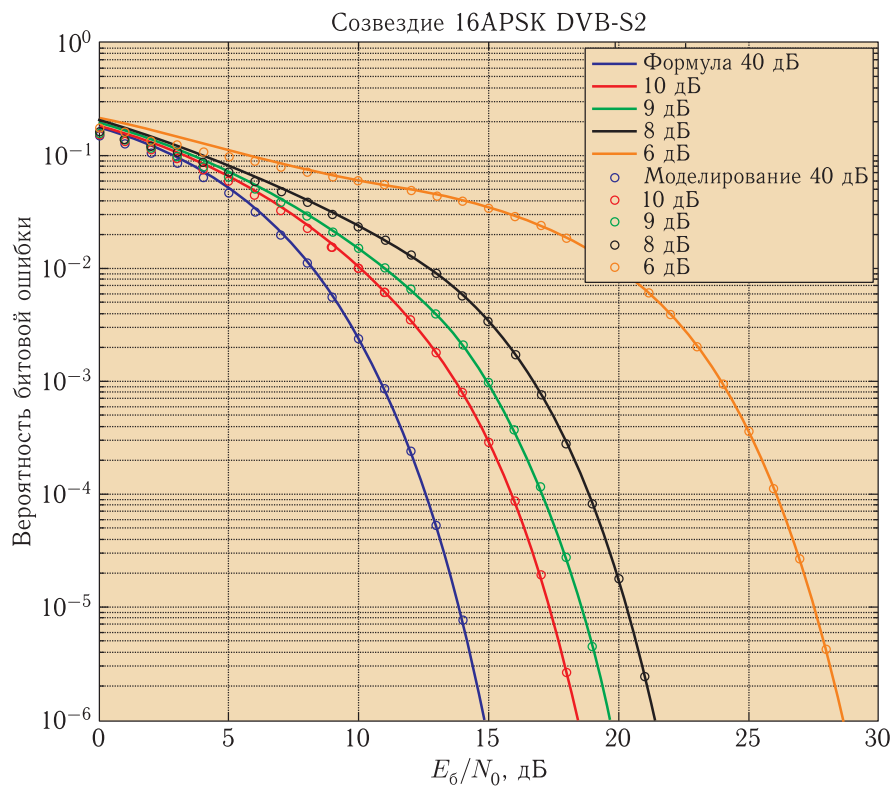


Рис. 6. Вероятности битовой ошибки в зависимости от отношения сигнал/шум созвездия 16АФМ при различных отступах от точки насыщения усилителя

$$P_n(E|Sn_2) = P_n(Sn_2 \rightarrow Sn_{2,1}) + \\ + P_n(Sn_2 \rightarrow Sn_{2,6}) + P_n(Sn_2 \rightarrow Sn_{2,3});$$

$$P_n(E|Sn_3) = P_n(Sn_3 \rightarrow Sn_{3,2}) + \\ + P_n(Sn_3 \rightarrow Sn_{3,1}) + P_n(Sn_3 \rightarrow Sn_{3,4});$$

$$P_n(E|Sn_4) = P_n(Sn_4 \rightarrow Sn_{4,1}) + \\ + P_n(Sn_4 \rightarrow Sn_{4,3}) + P_n(Sn_4 \rightarrow Sn_{4,8}).$$

Переходная вероятность с учетом (2) определяется следующим образом:

$$P_n(Sn_i \rightarrow Sn_{i,j}) = Q(dn_{ij} / \sqrt{2N_0}) = \\ = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0} \frac{dn_{ij}^2}{2\alpha_n R n_1^2}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0} \frac{dn_{ij}^2}{2}}\right),$$

где dn_{ij} — евклидово расстояние от искаженного символа к зеркальному.

Моделирование

Для проверки точности вычисления вероятности ошибки с помощью предложенного аналитического метода было выполнено компьютерное моделирование идентичной системы, приведенной на рис. 5.

На рис. 6 показаны зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум в линейном режиме и с учетом нелинейных искажений при приближении рабочей точки усилителя мощности к точке насыщения. Зависимости получены при помощи аналитического расчета и при помощи имитационного моделирования

Как видно из графиков, аналитический расчет по формулам с применением предложенного метода дает близкие результаты по сравнению с имитационным моделированием. Следует отметить, что метод работает для искаженных точек, находящихся в пределах ячейки диаграммы Вороного неискаженного созвездия.

Заключение

В статье предложен простой метод аналитического вычисления вероятности символьной и битовой ошибок созвездия АФМ в канале с АБГШ с учетом влияния искажений усилителя мощности с использованием неискаженной диаграммы Вороного и зеркальных точек. Представленный метод уменьшает трудозатраты при проведении вычислений и при этом достигает очень близких результатов с результатами моделирования.

Список литературы

1. Digital Video Broadcasting (DVB); Second generation framing structure, channel coding and modulation

systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications (DVB-S2). DVB Document A83 July 2012.

2. Ziemer R.E., Peterson R.W. Introduction to digital communications. New York, Prentice Hall, 2001, 2nd edition. 905 p.
3. Sung W., Kang S., Kim P., Chang D.-I., Shin J. Performance analysis of APSK modulation for DVB-S2 transmission over nonlinear channels // International Journal of Satellite Communications and Networking, 2009, v. 27, № 6. P. 295–311.
4. Saleh A.A.M. Frequency independent and frequency dependent nonlinear models of TWT amplifiers // IEEE Trans. Communications, 1981, v. COM-29, № 11. P. 1715–1720.

References

1. Digital Video Broadcasting (DVB); Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications (DVB-S2). DVB Document A83 July 2012.
2. Ziemer R.E., Peterson R.W. *Introduction to digital communications*. New York, Prentice Hall, 2001, 2nd edition, 905 p.
3. Sung W., Kang S., Kim P., Chang D.-I., Shin J. Performance analysis of APSK modulation for DVB-S2 transmission over nonlinear channels. *International Journal of Satellite Communications and Networking*. 2009, vol. 27, No. 6, pp. 295–311.
4. Saleh A. A. M. Frequency independent and frequency dependent nonlinear models of TWT amplifiers. *IEEE Trans. Communications*. 1981, vol. COM-29, No. 11, pp. 1715–1720.