ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА"

Н.А. Беликова, О.Г. Савельева

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве методических указаний к практическим занятиям*

САМАРА
Издательство СГАУ
2008

УДК 519.2 (075)
ББК 22.171
Б 432

Рецензенты: д-р техн. наук, зав. кафедрой математических методов в экономике СГАУ Б.А. Горлач;
д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой высшей математики ПГАТИ И.А. Блатов

Беликова Н.А.
Б 432 **Теория вероятностей в примерах и задачах:** учеб. пособие / Н.А. Беликова, О.Г. Савельева. – Самара: Изд-во СГАУ, 2008. – 112 с.

ISBN 978-5-7883-0580-6

Учебное пособие представляет собой систематизированную подборку задач и упражнений по теории вероятностей. Все задачи снабжены ответами, а большинство и решениями. Задачи, помещённые в приложении, предназначены для составления индивидуальных заданий и контрольных работ. В начале каждой главы приведена сводка основных теоретических положений и формул, необходимых для решения задач.

Пособие выполнено на кафедре высшей математики СГАУ и предназначено в помощь студентам, осваивающим вероятностные методы для решения практических задач.

УДК 519.2 (075)
ББК 22.171

ISBN 978-5-7883-0580-6

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

На результаты, исходы различных процессов, явлений в природе и технике влияют многочисленные факторы и причины, которые невозможно учесть и даже выявить. Например, движение молекулы вещества обуславливается влиянием на нее других многочисленных частиц или отклонение размера поверхности обрабатываемой на токарном станке от заданного номинала зависит от погрешностей установки детали в приспособлении, погрешности закрепления приспособления, качества заточки инструмента и т.д. Вследствие этого исходы таких явлений точно определить невозможно, сами явления и их исходы называют случайными. Однако если такие явления носят массовый характер (токарная обработка деталей происходит непрерывно), то существуют общие закономерности распределения их исходов, которые не зависят от конкретного исхода. Данные закономерности и изучает математическая наука – теория вероятностей.

Данная наука возникла в середине восемнадцатого века, ее основные понятия были установлены выдающимися математиками прошлого Паскалем, Ферма, Бернулли и др. В конце XIX столетия работы в основном русских математиков Чебышева, Маркова, Ляпунова позволили применить теорию вероятностей к решению практических задач в страховании, демографии, статистике. После установления связи между вероятностью и понятием меры, а также связи между теорией вероятностей и метрической теорией функций Колмогоровым, Хинчиным и другими русскими математиками в 30 годах XX столетия сказалось возможным разработать теорию стохастических (вероятностных, случайных) процессов. После этого теория вероятностей стала одним из главных методов исследования задач естествознания (физики, химии и др.), экономики и технологических процессов машиностроения. На основе теории вероятностей разработана теория надежности деталей и узлов машин, определяется качество технологического процесса обработки деталей, рассчитываются допуски и припуски.

§1. Понятие события. Алгебраические операции над событиями

Основным понятием теории вероятности является событие. Под *событием* подразумевается всякий факт, который может произойти или не произойти в результате опыта.

Событие называется *достоверным*, если оно в данном опыте не может не произойти. Событие называется *невозможным*, если оно в данном опыте не может произойти. Событие называется *случайным*, если оно может произойти в данном опыте, а может и не произойти.

Например, в реакции разложения воды событие, что при этом выделится кислород, будет достоверным, а событие, что будет выделяться хлор, невозможным. Событие, что в этой реакции образуется озон, будет случайным.

Результат осуществления опыта называют его исходом. Опыт может иметь конечную или бесконечную последовательность исходов ($w_1, w_2, \ldots w_n$), случайное событие А может происходить в каких-то m исходов (m<n) ($w_{k1}, w_{k2}, \ldots w_{km}$), их называют благоприятствующими событию А.

Так, при бросании игральной кости будет 6 исходов – выпадение какого - нибудь очка. Событию А, состоящему в выпадении четного числа очков, будут благоприятствовать три исхода (выпадение 2, 4, 6).

Каждый исход опыта представляет собой элементарное событие. Совокупности элементарных событий образуют множества. Вследствие этого над событиями устанавливаются алгебраические операции и соотношения такие же, как и над множествами.

Равенство событий. Если событие А влечет за собой событие В, то пишут $A \subset B$, если же В влечет А, то $B \subset A$. Если событие А влечет за собой событие В, а событие В влечет А, то такие события называются равносильными или равными: А=В.

Сумма событий. Сумма событий А и В есть событие С=А+В, состоящее в осуществлении хотя бы одного из событий А или В.

Разность событий. Разность событий А и В есть событие С=А-В, состоящее в том, что А происходит, а В не происходит.

Произведение событий. Произведение событий А и В есть событие $C=A\cdot B$, состоящее в совместном наступлении обоих событий.

Совместные события. Несколько событий называются совместными в данном опыте, если появление одного из них не исключает возможность появления любого из остальных в том же опыте.

Несовместные события. Несколько событий называются несовместными в данном опыте, если никакие два из них не могут появиться вместе.

Полная группа событий. События A_1, A_2, ,A_n образуют полную группу событий, если в результате данного опыта обязательно должно произойти хотя бы одно из них.

Противоположные события. Если полная группа событий состоит из двух несовместных событий, то эти события называют противоположными. Событие, противоположное событию А, обозначается $\overline{A}$.

Два события называются *равновозможными*, если условия испытания не создают преимущества в появлении одного из них перед другим.

<u>Задача 1.1.</u> Какими должны быть события А, В, С, чтобы выполнялось равенство А+В+С=А?

<u>Ответ:</u> события В и С влекут за собой событие А.

<u>Задача 1.2</u>. Что означает А+А и $A\cdot A$?

<u>Ответ</u>: А+А=А; $A\cdot A=A$

<u>Задача 1.3.</u> Когда возможно равенство $A\cdot B\cdot C=A$?

<u>Ответ:</u> событие А влечет за собой события В и С.

<u>Задача 1.4.</u> Являются ли равновозможными следующие события:

а) опыт «бросание монеты», событие: А – появление герба, В – появление цифры;

б) опыт «бросание двух монет», событие: А – появление двух гербов, В – появление двух цифр, С – появление герба и цифры;

в) опыт «выстрел по мишени», событие: А – попадание, В – промах?

<u>Ответ</u>: а) да; б) нет; в) в общем случае нет.

<u>Задача 1.5.</u> Являются ли несовместными следующие события:

а) опыт «бросание монеты»; событие А – появление герба на монете, событие В – появление цифры;