

## Численное моделирование нелинейного деформирования промышленных мембран

© С.А. Подкопаев, С.С. Гаврюшин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Российская Федерация

*Изложены теоретические основы нелинейного деформирования тонких осесимметричных оболочек. Рассмотрены эксплуатационные характеристики мембран в различных коммутационных устройствах, клапанах и датчиках давления. Проанализированы и обобщены существующие подходы с целью выбора рациональных расчетных моделей промышленных мембран. Представлен разработанный алгоритм нелинейного анализа и синтеза конструкций исполнительных элементов на основе выбранной расчетной модели. Рассмотрены типы нелинейного поведения закритического поведения мембран, а также математическая модель для описания процесса нелинейного деформирования осесимметричных оболочек, метод дискретного продолжения по параметру и прием «смены подпространства управляющих параметров». На примере шарнирно-опертой сферической оболочки исследовано закритическое поведение. Выбрана рациональная математическая модель для описания нелинейного деформирования хлопающих симметричных оболочек. Реализована разработанная методика для решения практических задач создания новых и улучшения существующих конструкций промышленных мембран. Разработан и реализован в виде авторской программы численный алгоритм исследования процессов нелинейного деформирования многопараметрических систем.*

**Ключевые слова:** нелинейное деформирование, тонкостенная осесимметричная оболочка, мембрана, закритическое поведение, дискретное переключение, продолжение по параметру, смена подпространства параметров

**Введение.** Разнообразные элементы конструкций и технических устройств, выполненные в форме осесимметричных оболочек (мембран), широко используются в различных отраслях в качестве предохранителей, переключателей и термореле для защиты от перегрузок электроизделий промышленного назначения и бытовой техники, а также в микро-оптоэлектромеханических системах.

Известные аналитические методики для анализа тонкостенных оболочечных конструкций не позволяют в полной мере и с требуемой точностью учесть все особенности процесса нелинейного деформирования современных элементов устройств [1–4]. Недостаточно исследовать процесс деформирования только в докритической области или рассматривать задачу в линейной постановке [5]. Процесс деформирования указанных выше элементов является существенно нелинейным, зависящим от многих параметров, в связи с чем решение, как правило, оказывается многозначным и чувствительным к малым возмущениям [6–8]. Для расчета и проектирования подобных элементов требуется создать уточненные методики с использованием подходов многокритериальной

оптимизации, поэтому необходимо перейти от решения задач анализа к решению задач синтеза рациональных конструкций [9–12].

В настоящее время вследствие цифровой промышленной революции (Индустрия 4.0) широкое распространение получили различные коммутационные устройства, предохранители и клапаны, элементы которых представляют собой тонкостенную осесимметричную оболочку, иначе мембрану (рис. 1, а), под действием внешней нагрузки скачкообразно изменяющую свой прогиб. Данный способ потери устойчивости, не сопровождающийся разрушением оболочки, можно называть прощелкиванием [12, 14–18].

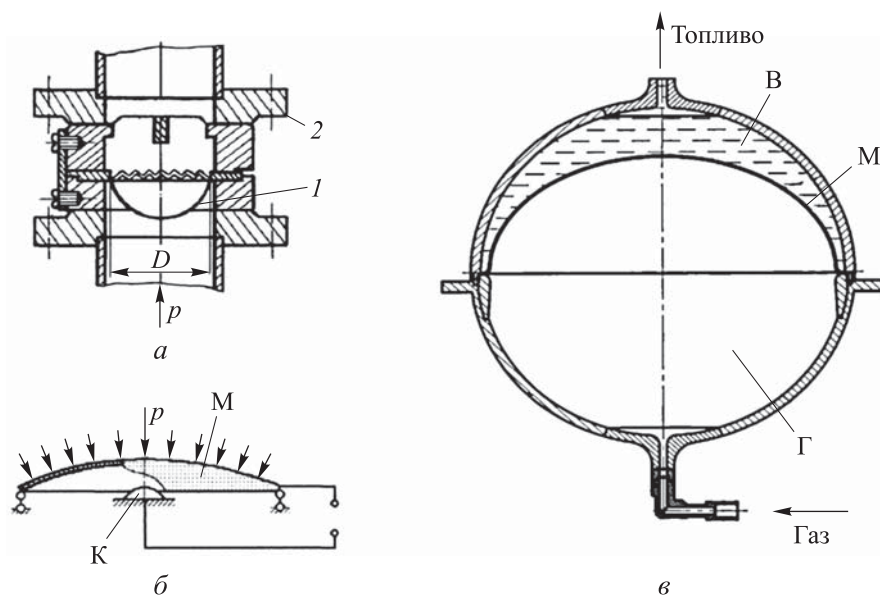


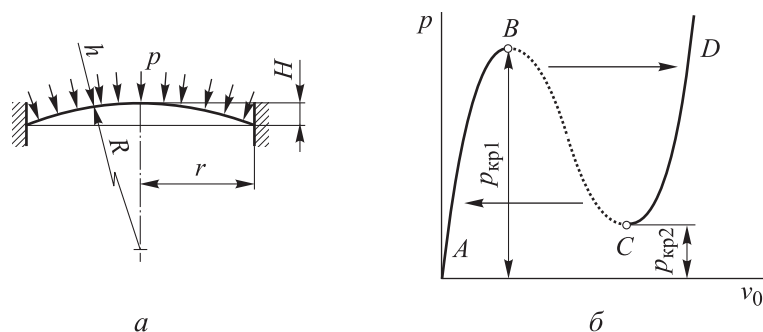
Рис. 1. Примеры промышленных мембран:

а — клапан (1 — мембрана; 2 — корпус); б — коммутационное устройство — кнопка (М — мембрана; К — контакт); в — топливный бак (В — топливо; Г — газ; М — вытесняющая мембрана)

Цель работы — решение прикладной научно-технической задачи расчета и проектирования промышленных мембран, применяемых в конструкциях различных устройств, а также улучшение их качеств и потребительских свойств.

**Эксплуатационные характеристики мембран в виде оболочек.** Мембраны этой формы применяют в клапанах, сигнализаторах и датчиках давления (рис. 1, а), различных коммутационных устройствах (рис. 1, б), а также в виде осесимметричной оболочки как вытеснительной мембраны (рис. 1, в) в конструкции топливных баков.

Главное эксплуатационное свойство мембраны (рис. 2, а) — упругая характеристика, отражающая зависимость между перемещением контрольной точки мембраны и изменением внешней нагрузки (рис. 2, б) [2, 12, 14, 15, 19].



**Рис. 2.** Расчетная схема мембраны (а) и график ее упругой характеристики (б):  
 $R$  — радиус кривизны оболочки;  $p$  — текущее давление;  $H$  — высота мембраны;  $r$  — радиус мембраны;  $h$  — толщина мембраны

Показанные на рис. 2, б кривые графика  $AB$ ,  $CD$  — устойчивые участки упругой характеристики мембраны. Под действием внешней нагрузки при достижении первой экстремальной точки (экстремума)  $B$ , соответствующей величине критического давления  $p_{кр1}$ , мембрана, минуя неустойчивый участок графика  $BC$ , скачкообразно меняет прогиб, и процесс деформирования продолжится на участке  $CD$  упругой характеристики. При снижении (снятии) внешней нагрузки с оболочки будет происходить обратное скачкообразное изменение прогиба, соответствующее второму критическому давлению  $p_{кр2}$ . Следует отметить, что после первоначальной нагрузки (первого скачка) напряжения в мембране будут оставаться упругими.

В процессе эксплуатации из-за геометрических несовершенств и неточного осесимметричного нагружения оболочка при значениях внешнего давления, отличных от  $p_{кр1}$  и  $p_{кр2}$ , будет прощелкивать, т. е. как бы издавать хлопок. Такое давление будет обозначено  $p_{хл}$ , его значение находится в диапазоне от  $p_{кр1}$  до  $p_{кр2}$ .

**Исследование закритического поведения мембран.** Можно выделить два основных подхода к исследованию закритического поведения нелинейных механических систем.

*Первый подход* — классический, заключающийся в нахождении критических значений величины внешней нагрузки, при которых существуют смежные формы равновесия конструкции [1–3, 5, 20, 21].

*Второй подход* — непосредственное построение самой поверхности равновесных состояний в пространстве параметров системы, при котором появляется возможность детально исследовать закритическое поведение оболочки, зачастую характеризующее эксплуатационные свойства упругого элемента [6, 7, 9–12, 14, 22, 23]. Поэтому для рассмотрения и был выбран многопараметрический подход к исследова-