

Равновесие и колебания свободной поверхности жидкого топлива в коаксиально-цилиндрических сосудах в условиях микрогравитации

© Юй Чжаокай, А.Н. Темнов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Представлено решение задачи о равновесии и малых колебаниях идеальной жидкости в условиях микрогравитации. Дана количественная оценка влияния таких параметров, как угол смачивания, число Бонда, соотношение радиусов внутренней и внешней стенки сосуда, глубина жидкости в нем. Для сосудов в форме коаксиального цилиндра получены выражения потенциала скоростей жидкости и поля смещения свободной поверхности в виде ряда Бесселя. Дополнительно к аналитическим и экспериментальным данным, приведенным в литературе, доказана достоверность разработанного численного алгоритма и сделан вывод о том, что для $Bo > 5$ и $\delta > 0,2$ при неизменном физическом состоянии смачиваемой поверхности форма свободной поверхности приближается к плоской и угол смачивания мало влияет на собственные частоты колебаний свободной поверхности жидкости. Полученные результаты будут полезны при решении задач по определению гидродинамических характеристик движения жидкого топлива в условиях космического пространства.

Ключевые слова: микрогравитация, сила поверхностного натяжения, капиллярная жидкость, коаксиальный цилиндр, метод Рунге — Кутты, ряд Бесселя

Введение. В баках современных космических аппаратов содержится значительная часть жидкого топлива. При проектировании подобных транспортных средств инженерам и конструкторам полезно знать конфигурацию и поведение поверхности раздела жидкости — газа в условиях микрогравитации, для того чтобы более точно описать динамические процессы в космических аппаратах при выполнении различных маневров. Следует заметить, что плескание жидкости может приводить к изменению положения центра масс, а значит, повлиять на устойчивость передвижения космических аппаратов. В российских и зарубежных монографиях [1–3] обобщены результаты исследования статики и динамики жидкости в условиях, близких к невесомости. Анализ приведенных в статьях [4–6] методов показывает, что в современной гидромеханике невесомости недостаточно полно разработаны методы численного моделирования поведения жидкости в двухсвязных сосудах. В статьях [7–10] представлены приближенные методы вычисления частот и форм колебаний жидкости в сосудах, имеющих форму кругового цилиндра и сферы, кото-

рые часто применяются в ракетно-космической технике. Следует отметить, что в последнее время стали использовать двухсвязные топливные баки более сложной формы — в виде коаксиального цилиндра и тороидальные, однако в них поведение жидкости с учетом капиллярного эффекта еще недостаточно исследовано.

Цель настоящей работы — представить исследование равновесия и колебаний жидкости с учетом силы поверхностного натяжения в сосудах, имеющих форму коаксиального цилиндра. В статьях [11, 12] было рассмотрено решение задачи о равновесии жидкости в коаксиальном цилиндре в условиях невесомости и микрогравитации, но без учета влияния внутренней стенки сосуда, а в [13–16] приведено исследование колебаний капиллярной жидкости в круговом цилиндре на основе ряда Бесселя.

Определение форм равновесной свободной поверхности.

В условиях микрогравитации ($g = (10^{-6} - 10^{-4})g_0$) поведение жидкого топлива определяют силы поверхностного натяжения, иначе — межмолекулярные силы на границе двух фаз. Вектор ускорения \vec{g} действует параллельно продольной оси симметрии сосуда. Введем цилиндрическую систему координат $Or\theta z$, в которой будет представлено поперечное сечение сосуда (рис. 1). Используем длину дуги s в качестве переменной для описания формы свободной поверхности.

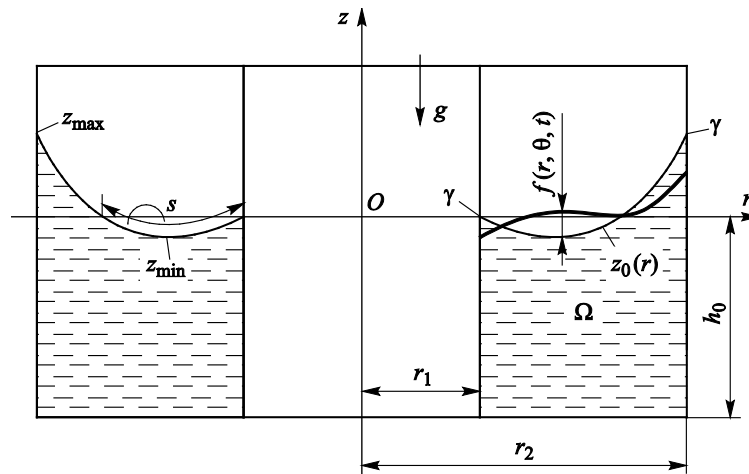


Рис. 1. Основные обозначения параметров жидкости и система координат $Or\theta z$:

z_{\min} — наименьшая высота свободной поверхности; z_{\max} — наибольшая высота свободной поверхности; $z_0(r)$ — равновесная свободная поверхность; $f(r, \theta, t)$ — отклонение возмущенной свободной поверхности от равновесной; γ — линия смачивания; Ω — область, которую занимает жидкость; r_1 — радиус внутренней стенки сосуда; r_2 — радиус внешней стенки сосуда; h_0 — глубина жидкости около внутренней стенки сосуда

Для того чтобы приступить к исследованию колебаний капиллярной жидкости, необходимо предварительно решить задачу о форме равновесной свободной поверхности. Вывод условий равновесия гидромеханической системы газ — жидкость — твердая стенка и алгоритм решения задачи подробно рассмотрены в [17].

Запишем уравнение невозмущенной свободной поверхности жидкости в безразмерной форме:

$$2H_p = \text{Bo} + C, \quad (1)$$

где $H_p = (k_1 + k_2) / 2$ — средняя кривизна равновесной свободной поверхности (k_1 и k_2 — главные кривизны поверхности); $\text{Bo} = \rho g r_2^2 / \sigma$ — число Бонда, характеризующее соотношение массовой силы и силы поверхностного натяжения (ρ — плотность жидкости, σ — коэффициент поверхностного натяжения раздела жидкости — газа); C — константа, определяемая физическими параметрами задачи и формой сосуда, которая зависит от начала системы координат.

В цилиндрической системе координат $Or\theta z$ средняя кривизна осесимметричной поверхности определяется выражением

$$2H_p = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{r z_r}{\sqrt{1 + z_r^2}} \right) = \frac{z_s}{r} + (r_s z_{ss} - r_{ss} z_s), \quad (2)$$

где $(\cdot)_r$ — первая производная функции по координате r ; $(\cdot)_s$ и $(\cdot)_{ss}$ — первая и вторая производные функции по длине дуги s .

Используя уравнения (1)–(2), получим систему дифференциальных уравнений, описывающих равновесную свободную поверхность:

$$r_s = u; \quad z_s = v; \quad u_s = -v \left(\text{Bo} z + C - \frac{v}{r} \right); \quad v_s = u \left(\text{Bo} z + C - \frac{v}{r} \right). \quad (3)$$

При произвольном значении числа Bo система уравнений (3) не имеет аналитического решения и решается методом Рунге — Кутты при условиях:

$$\begin{aligned} r(0) &= \delta; \quad z(0) = 0; \quad u(0) = \sin(\alpha_0); \quad v(0) = -\cos(\alpha_0); \\ r(s_0) &= 1; \quad v(s_0) = \cos(\alpha_0), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\delta = r_1 / r_2$; α_0 — угол смачивания; s_0 — общая длина дуги.

При интегрировании системы уравнений (3) с граничными условиями (4) необходимо определять константу C , которая при $\text{Bo} = 0$ имеет аналитическую формулу [1] $C = 2 \cos \alpha_0 / (1 - \delta)$, а при других