

УДК 519.62(075)

ББК В192.321я7

Г687

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. Ю. М. Заболотов,

д-р техн. наук, проф. П. К. Кузнецов

*Горелов, Юрий Николаевич*

**Г687 Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (метод Рунге-Кутты): учебное пособие / Ю.Н. Горелов, Л.В. Курганская.** – Самара: Издательство Самарского университета, 2023. – 76 с.

**ISBN 978-5-7883-1890-5**

Изложены теоретические основы и практические подходы к программной реализации численных методов решения задачи Коши или начальной задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и их систем. Рассматривается процедура поэтапной разработки программной реализации численного решения с применением формул Рунге-Кутты, которые получили наиболее широкое применение в вычислительной математике для решения широкого круга прикладных задач в различных областях естествознания, техники и экономики.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлениям подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем и специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика. Подготовлено на кафедре дифференциальных уравнений и теории управления.

УДК 519.62(075)

ББК В192.321я7

ISBN 978-5-7883-1890-5

© Самарский университет, 2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение .....</b>	<b>5</b>
<b>1 Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка методом Рунге-Кутты .....</b>	<b>11</b>
1.1 Идея метода Рунге-Кутты .....	11
1.2 Примеры формул Рунге-Кутты различных степеней $r$ .....	17
1.2.1 Случай $r = 1$ .....	17
1.2.2 Случай $r = 2$ .....	18
1.2.3 Случай $r = 3$ .....	20
1.2.4 Случай $r = 4$ .....	22
1.2.5 О случаях $r > 4$ .....	25
1.3 Метод Рунге-Кутты для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка .....	27
1.3.1 Случай системы двух уравнений .....	27
1.3.2 Система $n$ уравнений .....	31
<b>2 Программная реализация численного решения задачи Коши методом Рунге-Кутты для системы обыкновенных дифференциальных уравнений .....</b>	<b>34</b>
2.1 Основные варианты численного решения задачи Коши .....	34
2.2 Программная реализация формул Рунге-Кутты четвертой степени для численного решения задачи Коши на заданном интервале .....	40
2.2.1 Алгоритм-2 .....	42
2.2.2 Текст программы, реализующей Алгоритм-2 .....	45
2.2.3 Замечания к программе RUNGE 4.2 .....	47
2.3 О программной реализации численного решения задачи Коши на интервале с нефиксированным правым концом .....	48
2.3.1 Об условиях «останова» программы .....	48
2.3.2 Алгоритм – 4 .....	50
2.3.3 Дополнительные описания к программе RUNGE 4.3 .....	53

2.4	О выборе шага интегрирования при численном решении обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем .....	54
2.4.1	Об условиях сходимости методов Рунге-Кутты .....	54
2.4.2	Правило Рунге .....	57
2.4.3	Оценки погрешности с помощью контрольных членов.....	60
2.4.4	Выбор шага интегрирования .....	62
<b>Библиографический список .....</b>		<b>64</b>
Приложение 1 Формулы метода Рунге-Кутты (до четвертого порядка точности) .....		65
Приложение 2 Текст программы RUNGE 4.2 .....		69
Приложение 3 Текст программы RUNGE 4.3 .....		71
Приложение 4 Текст программы RUNGE 4.4 .....		73