

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

Физико-математические науки

Математика

Математический анализ

Шаринова Г.Н., ассистент Казанского (Приволжского) федерального университета

ДИСКРЕТНАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

В статье исследуется дискретная регуляризация сингулярного интегрального уравнения. Подробно рассмотрен случай характеристического уравнения.

Ключевые слова: дискретная регуляризация; сингулярное интегральное уравнение; характеристическое уравнение; квадратурная формула; линейная система; интегральное уравнение Фредгольма; матрица.

THE DISCRETE REGULARIZATION OF CHARACTERISTIC SINGULAR INTEGRAL EQUATION

This paper analyses discrete regularization of singular integral equation. The case characteristic equation is examined in detail.

Keywords: discrete regularization; singular integral equation; characteristic equation; quadrature rule; linear system; Fredholm integral equation; matrix.

Рассмотрим характеристическое уравнение с ядром Гильберта

$$\overline{K}\phi \equiv a(t)\phi(t) + \frac{b(t)}{2\pi} \int_0^{2\pi} \phi(\tau) \operatorname{ctg} \frac{\tau-t}{2} d\tau = f(t), \quad (1)$$

в котором периодические функции a , b и f удовлетворяют условию Гельдера с показателем $0 < \alpha \leq 1$.

В качестве регуляризатора возьмем оператор

$$K'\phi \equiv a(t)\phi(t) - \frac{b(t)}{2\pi} \int_0^{2\pi} \phi(\tau) \operatorname{ctg} \frac{\tau-t}{2} d\tau. \quad (2)$$

Заменим интеграл квадратурной формулой

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \phi(\tau) \operatorname{ctg} \frac{\tau-t}{2} d\tau \approx \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \phi(s_j) P(s_j, t). \quad (3)$$

Уравнения (1) и (2) запишутся так:

$$\overline{K}_n \phi \equiv a(t)\phi(t) + \frac{b(t)}{n} \sum_{j=1}^n P(s_j, t) \phi(s_j) = f(t), \quad (4)$$