

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

**Ю. А. БРЮХАНОВ, А. Л. ПРИОРОВ,  
В. И. ДЖИГАН, В. В. ХРЯЩЕВ**

# **ОСНОВЫ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

*Учебное пособие*

*Рекомендовано*

*Научно-методическим советом университета для студентов,  
обучающихся по направлениям «Радиотехника»  
и «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»*

Ярославль  
ЯрГУ  
2013

УДК 621.37(075.8)  
ББК 3811.3я73  
О 75

*Рекомендовано  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного издания. План 2013 года.*

Рецензенты:  
доктор технических наук В. В. Витязев;  
кафедра основ радиотехники  
Московского энергетического института  
(технического университета)

**Основы цифровой обработки сигналов:** учебное  
О 75 пособие / Ю. А. Брюханов, А. Л. Приоров, В. И. Джиган,  
В. В. Хрящев; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова.  
— Ярославль : ЯрГУ, 2013. — 344 с.  
**ISBN 978-5-8397-0933-1**

В учебном пособии описаны современные методы цифровой обработки сигналов.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлениям 210400.62 Радиотехника и 210700.62 Инфокоммуникационные технологии и системы связи (дисциплина «Основы цифровой обработки сигналов», цикл Б3), очной формы обучения.

Материал может быть использован также при подготовке студентами курсовых и выпускных квалификационных работ.

Ил.134. Табл. 4. Библиогр.: 39 назв.

УДК 621.37(075.8)  
ББК 3811.3я73

ISBN 978-5-8397-0933-1

© ЯрГУ, 2013

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ.....	9
ВВЕДЕНИЕ .....	11
1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ .....	14
1.1. Последовательности.....	14
1.2. Дискретный ряд Фурье .....	16
1.3. Z-преобразование .....	16
1.3.1. Последовательности конечной длины .....	17
1.3.2. Физически реализуемые последовательности .....	17
1.3.3. Нереализуемые последовательности .....	17
1.3.4. Z-преобразование некоторых последовательностей .....	18
1.4. Соотношение между z-преобразованием и Фурье- преобразованием последовательности.....	19
1.5. Обратное z-преобразование .....	21
1.6. Свойства z-преобразования .....	23
1.6.1. Линейность.....	23
1.6.2. Задержка .....	23
1.6.3. Свертка последовательностей.....	23
1.6.4. Перемножение последовательностей.....	24
1.6.5. Одностороннее z-преобразование. Задержка физически реализуемых последовательностей .....	25
1.7. Дискретное преобразование Фурье .....	26
1.7.1. Связь между дискретным преобразованием Фурье и z-преобразованием.....	28
1.7.2. Дискретное преобразование Фурье последовательностей конечной длины .....	32
1.7.3. Эффекты наложения .....	33
1.8. Свойства дискретного преобразования Фурье .....	35
1.8.1. Линейность.....	36
1.8.2. Сдвиг .....	36
1.8.3. Свойства симметрии .....	37
1.9. Свертка периодических последовательностей .....	39
1.10. Линейная свертка конечных последовательностей.....	41
1.11. Разностные уравнения .....	45
1.12. Решение разностных уравнений с применением одностороннего z-преобразования.....	47

1.13. Контрольные вопросы .....	49
1.14. Литература .....	50
2. ЦИФРОВЫЕ СИГНАЛЫ И ИХ СПЕКТРЫ.....	51
2.1. Взаимная связь непрерывного сигнала и полученного из него дискретизированного сигнала .....	51
2.2. Спектр дискретизированного сигнала .....	54
2.3. Соотношения между спектрами непрерывных и дискретных сигналов .....	57
2.4. Восстановление непрерывного сигнала из дискретного .....	60
2.5. Типовые периодические сигналы.....	63
2.5.1. Последовательность показательных импульсов.....	64
2.5.2. Косинусоидальное колебание .....	64
2.5.3. Последовательность прямоугольных импульсов .....	66
2.5.4. Последовательность прямоугольных радиоимпульсов.....	67
2.6. Типовые непериодические сигналы.....	69
2.6.1. Показательный импульс .....	69
2.6.2. Прямоугольный импульс.....	70
2.6.3. Прямоугольный радиоимпульс.....	71
2.6.4. Цифровой единичный импульс .....	73
2.6.5. Единичный скачок.....	74
2.7. Контрольные вопросы .....	75
2.8. Литература .....	77
3. ЦИФРОВЫЕ ЦЕПИ .....	78
3.1. Цифровые линейные цепи с постоянными параметрами .....	78
3.2. Физическая реализуемость. Устойчивость.....	82
3.3. Частотная характеристика. Геометрическая интерпретация .....	84
3.4. Способы построения цифровых цепей .....	87
3.5. Структурные схемы цепей без полюсов .....	96
3.6. Нерекурсивная цепь второго порядка.....	98
3.6.1. Частотные свойства.....	98
3.6.2. Временные характеристики .....	109
3.7. Рекурсивная цепь второго порядка .....	113
3.7.1. Частотные свойства.....	114
3.7.2. Временные характеристики .....	123
3.8. Контрольные вопросы .....	130

3.9. Литература .....	131
4. ЭФФЕКТЫ КВАНТОВАНИЯ В ЦИФРОВЫХ СИГНАЛАХ .....	133
4.1. Представление чисел .....	133
4.2. Усечение и округление .....	138
4.3. Квантование сигнала.....	141
4.4. Аналогово-цифровое преобразование .....	145
4.5. Цифроаналоговое преобразование сигналов .....	146
4.6. Контрольные вопросы .....	150
4.7. Литература .....	150
5. ЭФФЕКТЫ КВАНТОВАНИЯ В ЦИФРОВЫХ ЦЕПЯХ .....	152
5.1. Реакция идеальной цифровой цепи на шум квантования .....	152
5.2. Квантование арифметических операций в БИХ-цепях.....	155
5.3. Ограничения, вызванные переполнением, и отношение сигнал/шум .....	159
5.4. Квантование арифметических операций в КИХ-цепях .....	161
5.5. Предельные циклы и пульсации, вызванные переполнением.....	162
5.6. Квантование коэффициентов .....	165
5.7. Техническая реализация цифровых цепей .....	167
5.8. Контрольные вопросы .....	171
5.9. Литература .....	173
6. БЫСТРОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ.....	174
6.1. Алгоритмы БПФ по основанию 2.....	174
6.2. БПФ с прореживанием по времени .....	175
6.3. БПФ с прореживанием по частоте .....	181
6.4. Контрольные вопросы .....	184
6.5. Литература .....	185
7. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ КИХ-ФИЛЬТРОВ МЕТОДОМ ОКОН.....	186
7.1. Основные определения .....	186
7.2. Синтез цифровых фильтров .....	187
7.2.1. Задание требований к цифровым фильтрам.....	188
7.2.2. Типы частотно-избирательных фильтров и задание требований к ним .....	189

7.3. Синтез КИХ-фильтров методом окон .....	192
7.3.1. Общая характеристика задачи синтеза КИХ-фильтров методом окон .....	192
7.3.2. Явление Гиббса .....	195
7.3.3. Окна и их основные параметры .....	198
7.3.4. Методика синтеза КИХ-фильтров на основе оконных функций .....	203
7.3.5. Особенности использования метода окон .....	204
7.4. Контрольные вопросы .....	205
7.5. Литература .....	206
<b>8. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ БИХ-ФИЛЬТРОВ МЕТОДОМ БИЛИНЕЙНОГО Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ .....</b>	<b>207</b>
8.1. Основные определения .....	207
8.2. Аналоговые фильтры-прототипы нижних частот .....	208
8.2.1. Фильтры Баттерворта .....	210
8.2.2. Фильтры Чебышёва .....	214
8.2.3. Эллиптические фильтры (фильтры Золотарева-Кауэра) .....	219
8.3. Билинейное $z$ -преобразование .....	221
8.3.1. Определение билинейного $z$ -преобразования .....	221
8.3.2. Свойства билинейного $z$ -преобразования .....	222
8.3.3. Частотные преобразования .....	228
8.3.4. Методика синтеза цифровых фильтров на основе билинейного $z$ -преобразования .....	231
8.3.5. Особенности использования метода билинейного $z$ -преобразования .....	232
8.4. Контрольные вопросы .....	233
8.5. Литература .....	234
<b>9. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО ЧЕБЫШЁВУ ЦИФРОВЫХ КИХ-ФИЛЬТРОВ .....</b>	<b>235</b>
9.1. Основные определения .....	235
9.2. КИХ-фильтры с линейной ФЧХ .....	236
9.2.1. Фильтры типа I – симметричная импульсная характеристика, $N$ – четное .....	236
9.2.2. Фильтры типа II – симметричная импульсная характеристика, $N$ – нечетное .....	237

9.2.3. Фильтры типа III – антисимметричная импульсная характеристика, $N$ – четное.....	238
9.2.4. Фильтры типа IV – антисимметричная импульсная характеристика, $N$ – нечетное.....	239
9.3. Теорема чередования .....	240
9.4. Алгоритм замены Ремеза.....	245
9.5. Контрольные вопросы .....	248
9.6. Литература .....	250
<b>10. МНОГОСКОРОСТНАЯ ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ .....</b>	<b>251</b>
10.1. Основные операторы изменения частоты дискретизации.....	251
10.1.1. Временные соотношения.....	251
10.1.2. Соотношения в частотной области .....	254
10.1.3. Многоскоростные тождества .....	259
10.1.5. Основные структуры.....	261
10.1.6. Связь входного и выходного сигналов .....	263
10.1.7. Требования к цифровым фильтрам .....	264
10.1.8. Банки цифровых фильтров.....	266
10.2. Контрольные вопросы .....	268
10.3. Литература .....	269
<b>11. ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ .....</b>	<b>270</b>
11.1. Основные определения .....	270
11.2. Введение в теорию вейвлет-преобразования .....	271
11.2.1. Непрерывное вейвлет-преобразование (НВП).....	272
11.2.2. Признаки вейвлета .....	274
11.2.3. Примеры вейвлетообразующих функций (материнских вейвлетов).....	275
11.2.4. Свойства вейвлет-анализа .....	278
11.2.5. Дискретное вейвлет-преобразование .....	279
11.2.6. Быстрое вейвлет-преобразование.....	280
11.2.7. Частотный подход к вейвлет-преобразованию.....	283
11.3. Удаление шумов из сигнала с использованием вейвлет-преобразования .....	285
11.4. Контрольные вопросы .....	288
11.5. Литература .....	289

12. ОСНОВЫ АДАПТИВНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ .....	291
12.1. Вводные замечания .....	291
12.2. Требования к адаптивным фильтрам .....	292
12.3. Критерии функционирования адаптивных фильтров .....	295
12.4. Приложения адаптивных фильтров .....	296
12.5. Корреляционная матрица .....	301
12.6. Собственные числа и собственные векторы корреляционной матрицы.....	303
12.7. Винеровская фильтрация.....	307
12.8. Поверхность среднеквадратической ошибки.....	310
12.9. Алгоритм Ньютона.....	313
12.10. Постоянные времени алгоритма Ньютона .....	316
12.11. Алгоритм наискорейшего спуска .....	317
12.12. Постоянные времени алгоритма наискорейшего спуска.....	319
12.13. LMS-алгоритм.....	322
12.14. Переходные процессы в LMS-алгоритме .....	324
12.15. Качество адаптивной фильтрации с помощью LMS-алгоритма.....	326
12.16. NLMS-алгоритм.....	327
12.17. Задача наименьших квадратов и ее решение .....	329
12.18. Рекурсивная задача наименьших квадратов .....	331
12.19. Решение рекурсивной задачи наименьших квадратов .....	332
12.20. Качество адаптивной фильтрации с помощью RLS-алгоритма.....	334
12.21. Заключительные замечания по адаптивной обработке сигналов .....	335
12.22. Контрольные вопросы .....	337
12.23. Литература .....	341
Заключение.....	343